

# トレミーの定理の別証明

西本 将樹

円に内接する四角形 ABCD の辺の長さを  $AB=a, BC=b, CD=c, DA=d, AC=x, BD=y$  とする。

余弦定理と、 $\cos A + \cos C = 0$  とから、

$$\frac{a^2 + d^2 - x^2}{2ad} + \frac{b^2 + c^2 - x^2}{2bc} = 0$$

これを整理して

$$(ac + bd)(ab + cd) = (ad + bc)x^2$$

同様に  $a$  を  $b$ 、 $b$  を  $c$ 、 $c$  を  $d$ 、 $d$  を  $a$ 、 $x$  を  $y$  に置き換えた式も成立するので

$$(bd + ca)(bc + da) = (ba + cd)x^2$$

これら 2 つの式を掛け合わせて、 $(xy)^2 = (ac + bd)^2$  つまり

$$xy = ac + bd$$

を得る。

はい、期待して見てくれた皆様スイマセン、たったこれだけです（笑）

変な同じ角度のトコの交点取る幾何の証明とか、複素数での計算とかありますけど、それより遙かに綺麗だと自己満足したので書いてみただけです。複素数は、大体、「円の条件」の式が気に入らないからなあ。なかなか綺麗に証明出来て良かった。見た事は無い気がする。

これから、こういう下らない物でもなるべくたくさん記録に残る形で残していきたいと思います。

意見、感想、指摘など [nisimotomasaki@funifuni.net](mailto:nisimotomasaki@funifuni.net) へ。